

# ビー玉スターリングエンジンのモデリング

兵庫県立加古川東高等学校 課題研究2班

## 動機・研究背景

① ビー玉スターリングエンジンへの熱供給が一定



力学的な振動が自励的に発生

② 教科書に記載されているが、モデリングがほとんど行われておらず、挙動が明らかになっていない。



## まとめ

「重心の変位」と「空気の体積」で、ビー玉スターリングエンジンの挙動を表せる

実験から変化の位相差が、 $\pi/2$ である変数を探し、変数を特定した。モデル方程式を計算した結果と、実験結果は一致した。

計算結果から、挙動に関して、3つのことが確認できた

- ①「振動は必ず減衰する」
- ②「振動数は、ビー玉の質量の平方根に比例する」
- ③「熱容量が大きくなれば、振動が持続する」ことを確認した。③については、実験で確認中である。

<今後の課題>

- ・本質的に振動が持続させるため装置の改良を検討
- ・モデル方程式の改良(近似の改良)

目的

- ・振動のメカニズムを解明する
- ・制御のヒントを得る

## 実験方法

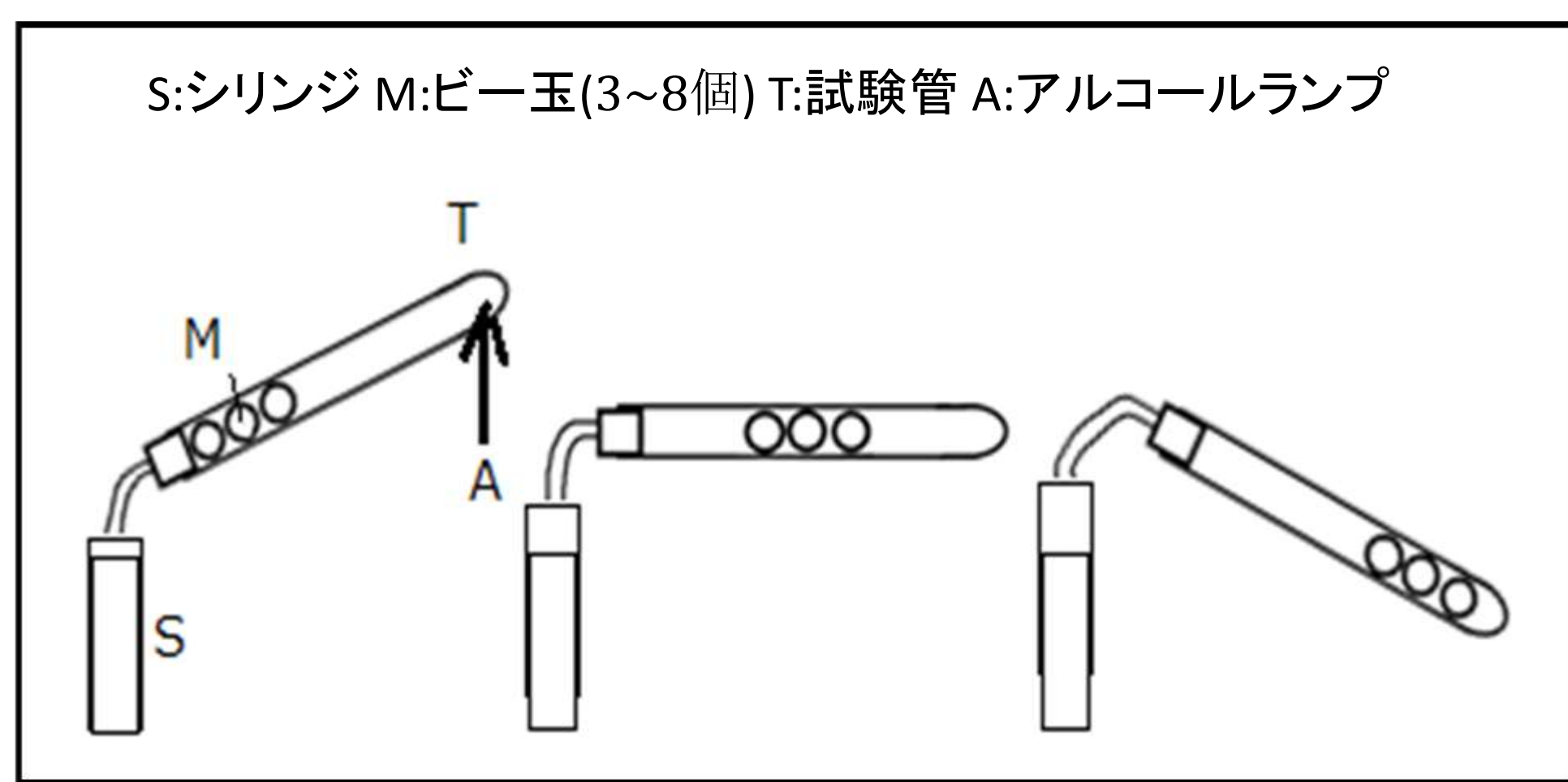
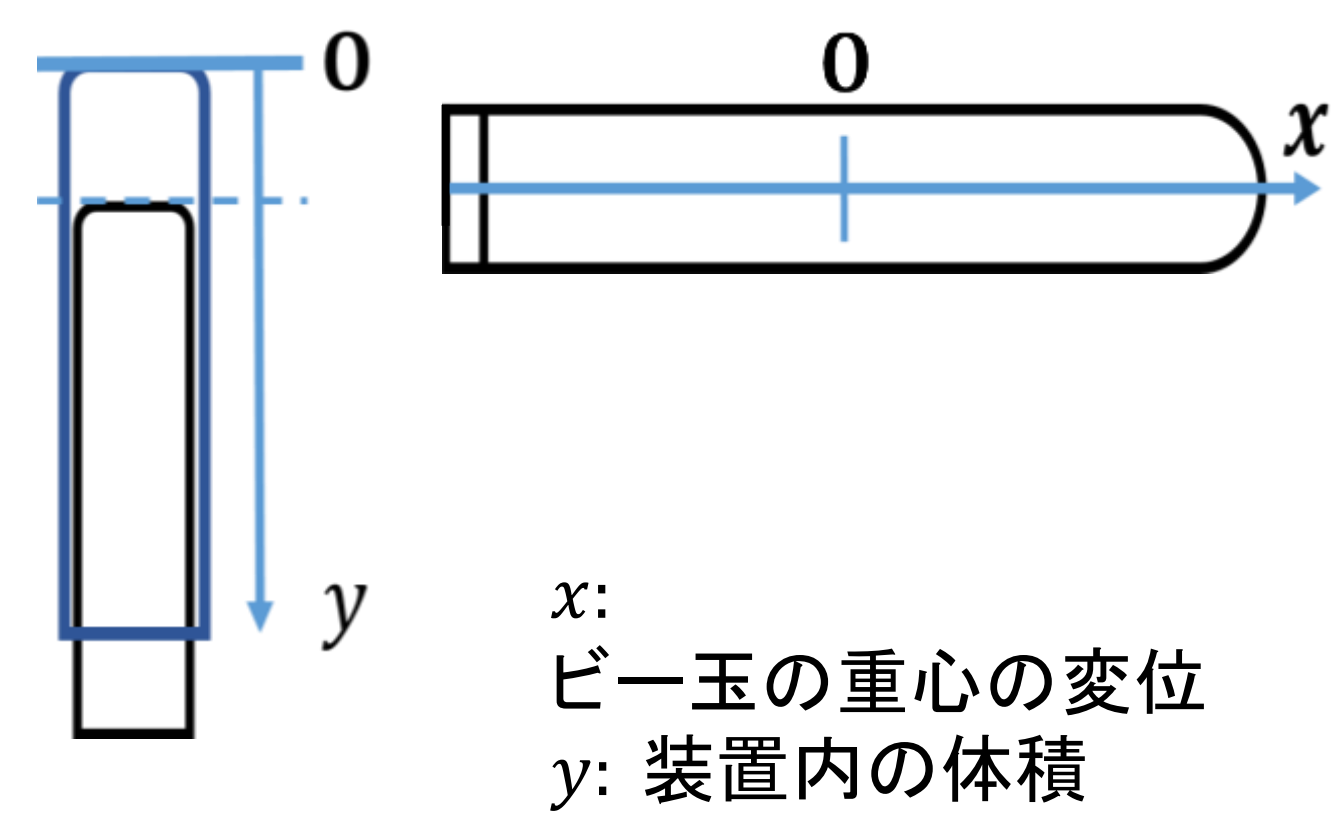


図1 実験装置の挙動

## 実験

変数を特定するため、熱源を変えたり、シリンジに水をかけたり(排熱を促す)、試験管の固定場所を変えたり、条件を変えて実験をおこなった。変数特定後、挙動に関して、精密な実験をおこなった。

### I 変数を特定

周期的な振動の為、変化の位相差が、 $\pi/2$ である変数を探し、「重心の変位x」と「体積y」とであると特定

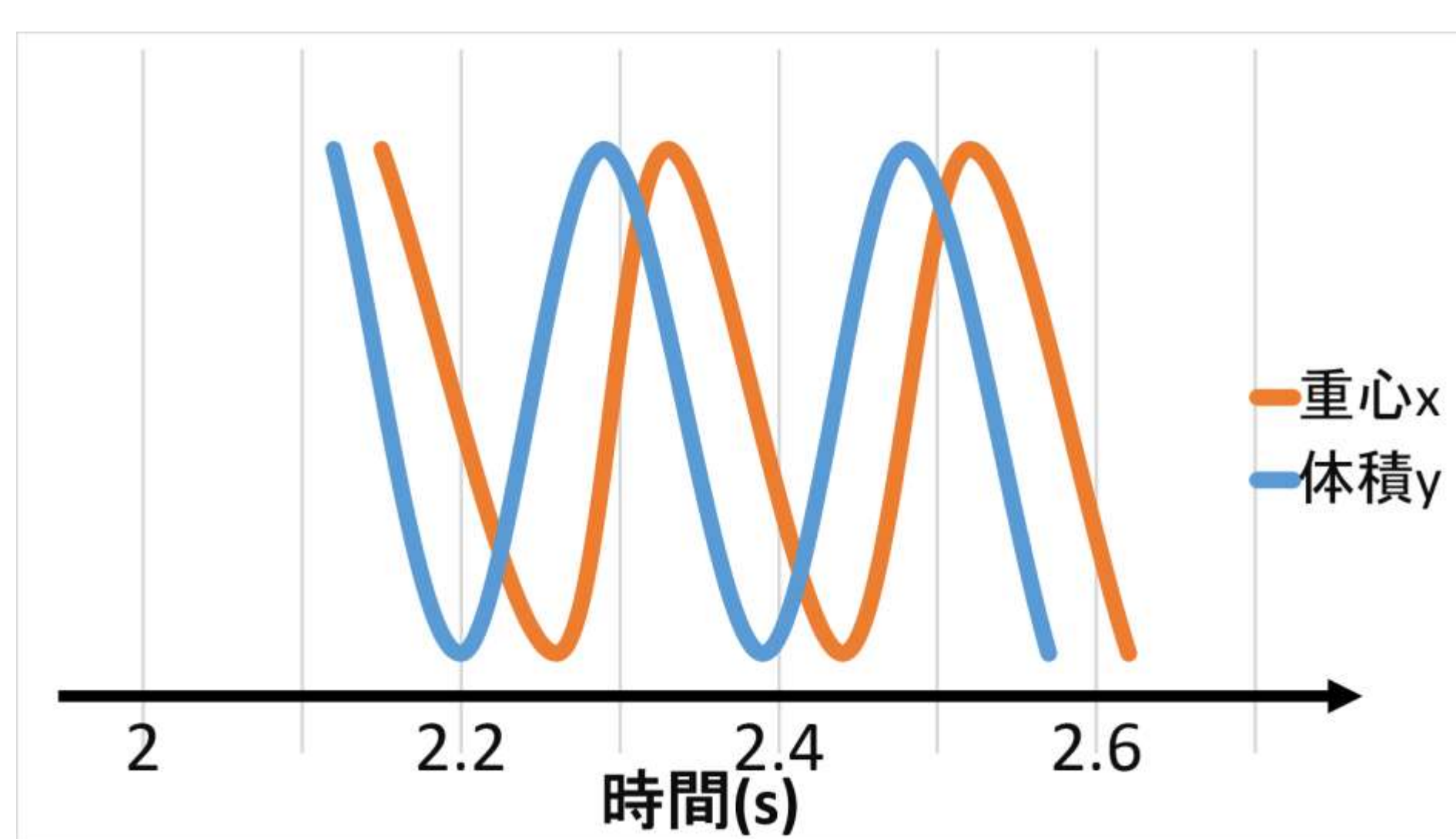


図2 変位xと体積yの時間変化

### II 減衰すると発見

長時間装置を動かすと、徐々に減衰し、必ず振動が止まることを確認

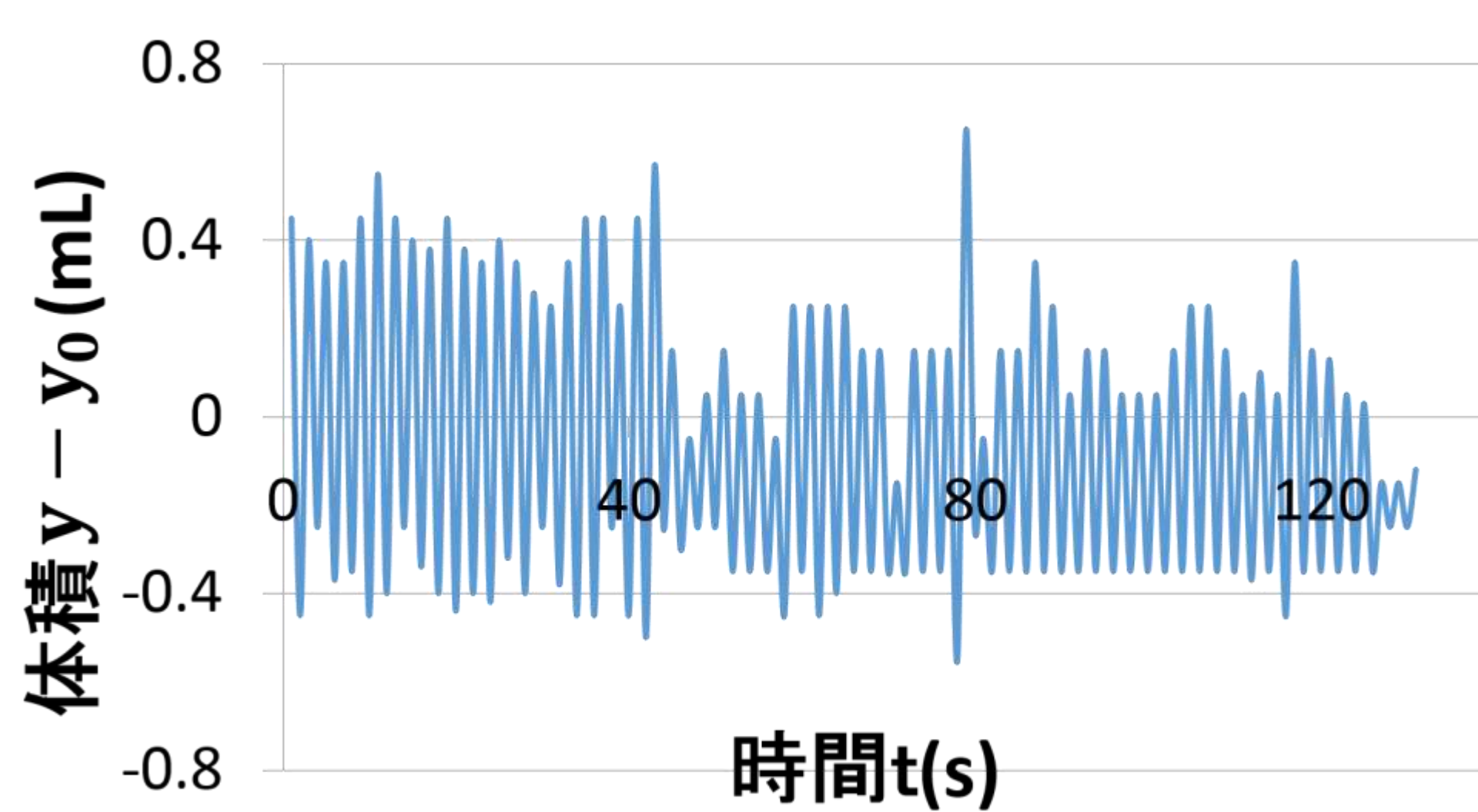


図3 体積y - y0の時間変化(y0=平均値)

### III mとfの関係性を発見

ビー玉の質量mと振動数fには、 $f = \sqrt{m}$ の関係性があることを確認

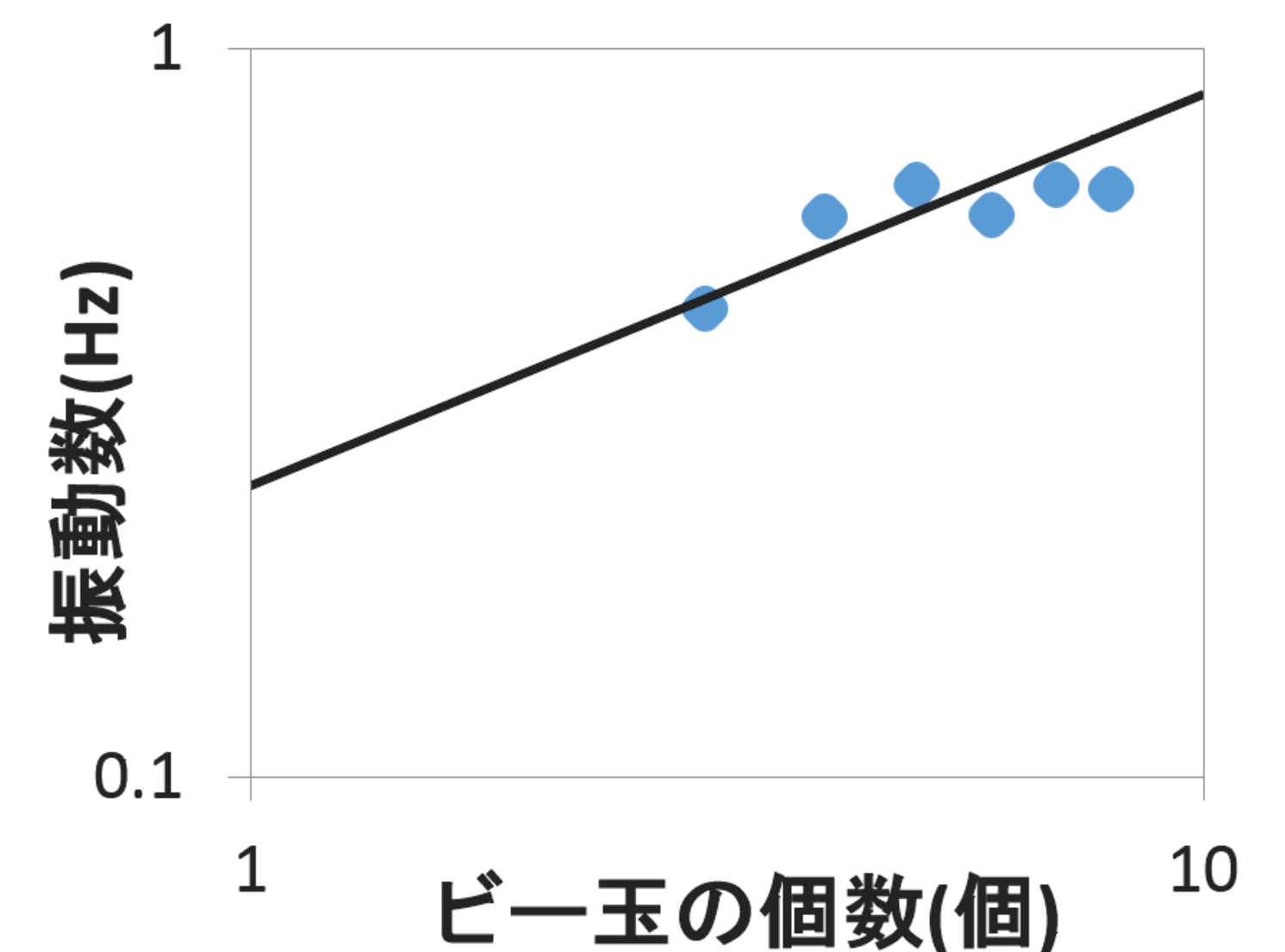


図4 ビー玉の質量mと振動数fの関係(両対数グラフ)

## モデリング

特定した変数を用いて、挙動を数式化(モデリング)することを試みた。数理モデルはオイラー法によって数値的に解いた。なお計算には、Matlab(MathWorks社)を用いた。計算結果と実験結果を比較した。

モデル方程式

$$\dot{x} = my$$

$$c\dot{y} = -\gamma x - \varepsilon y$$

$$m\ddot{x} = -mg \sin \theta - kx$$

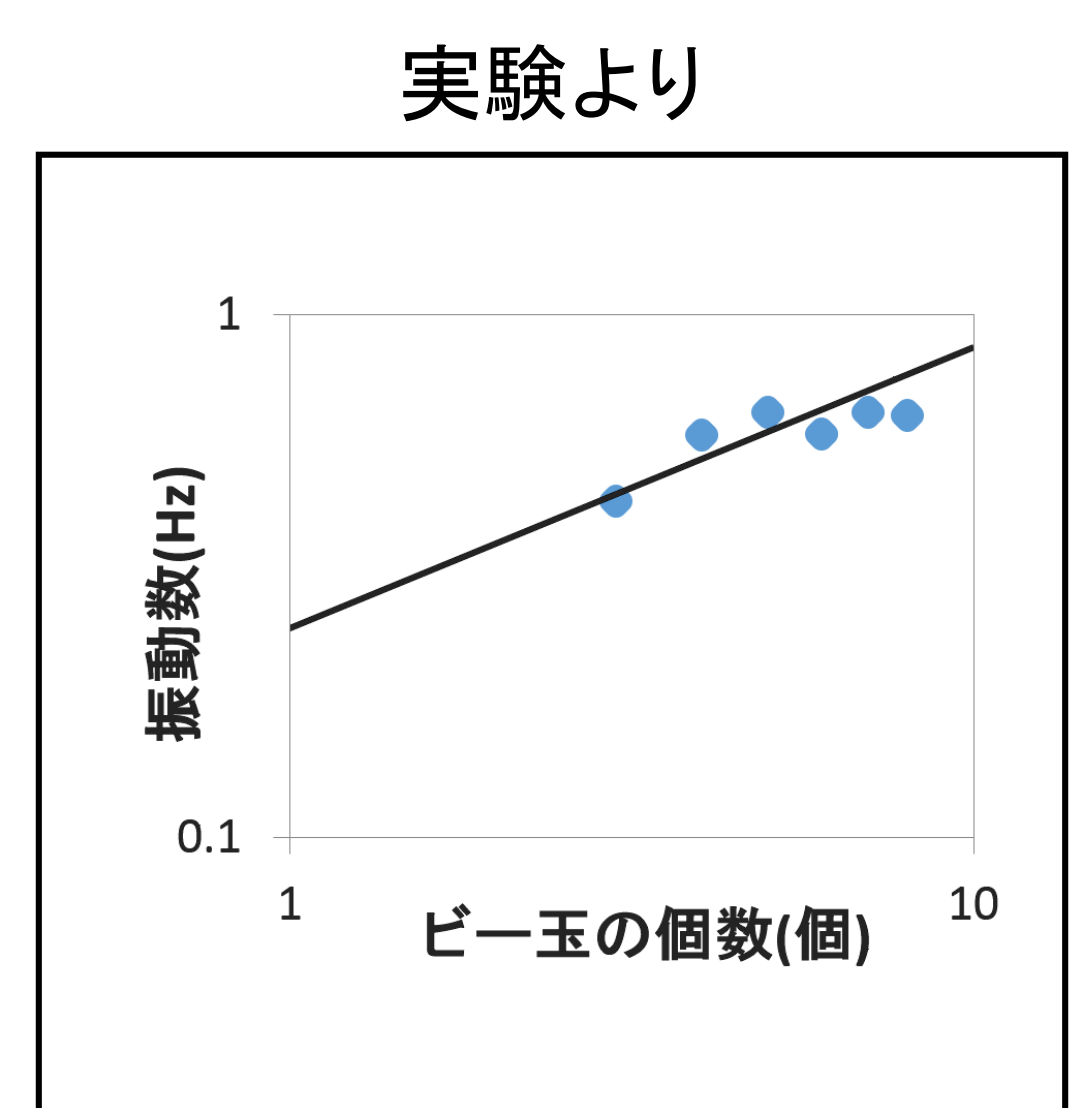
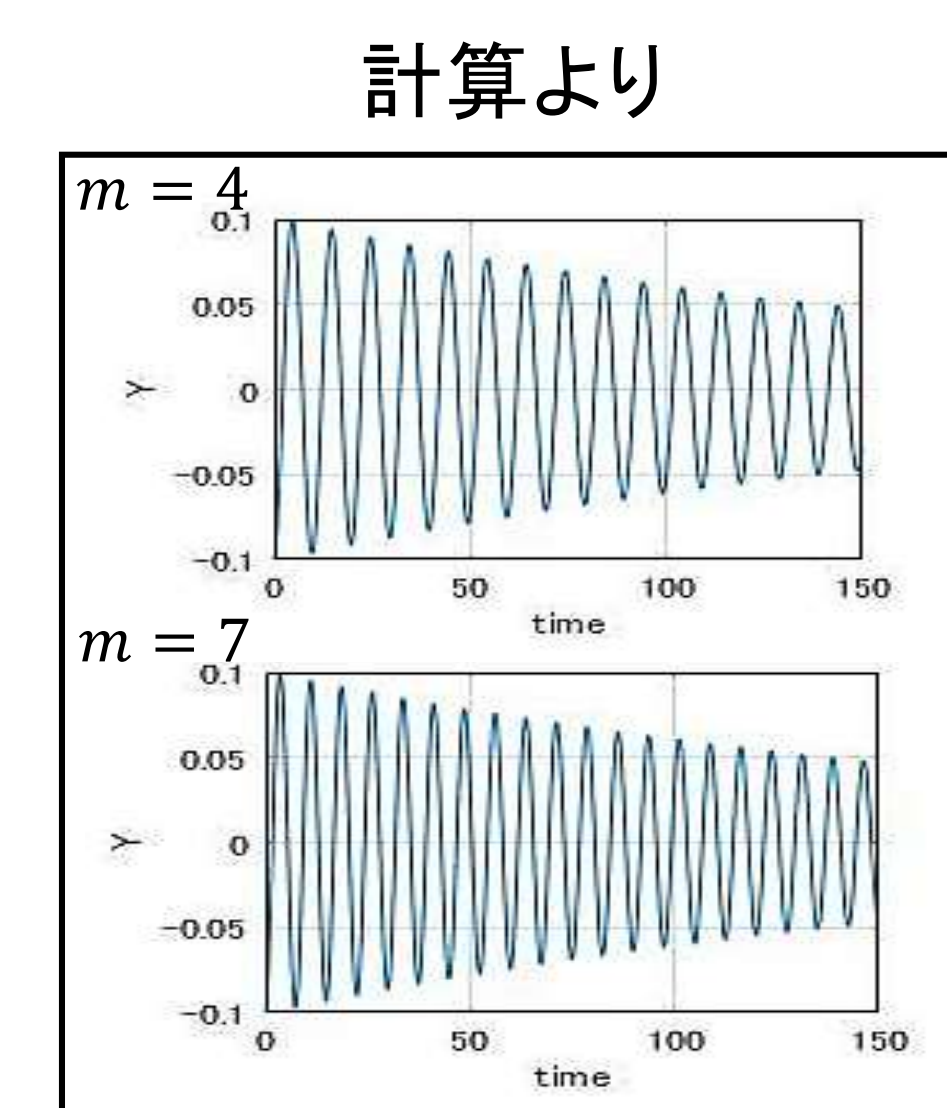
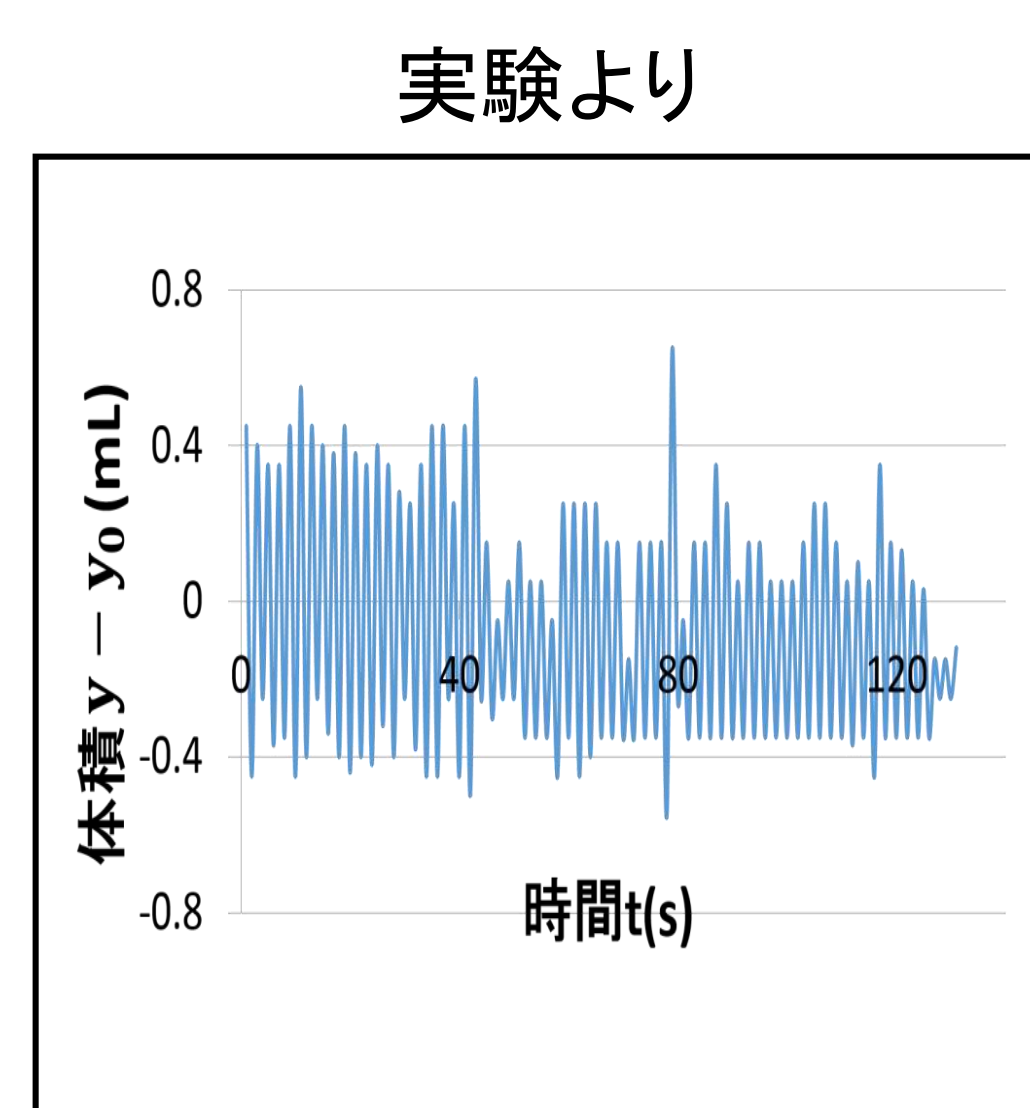
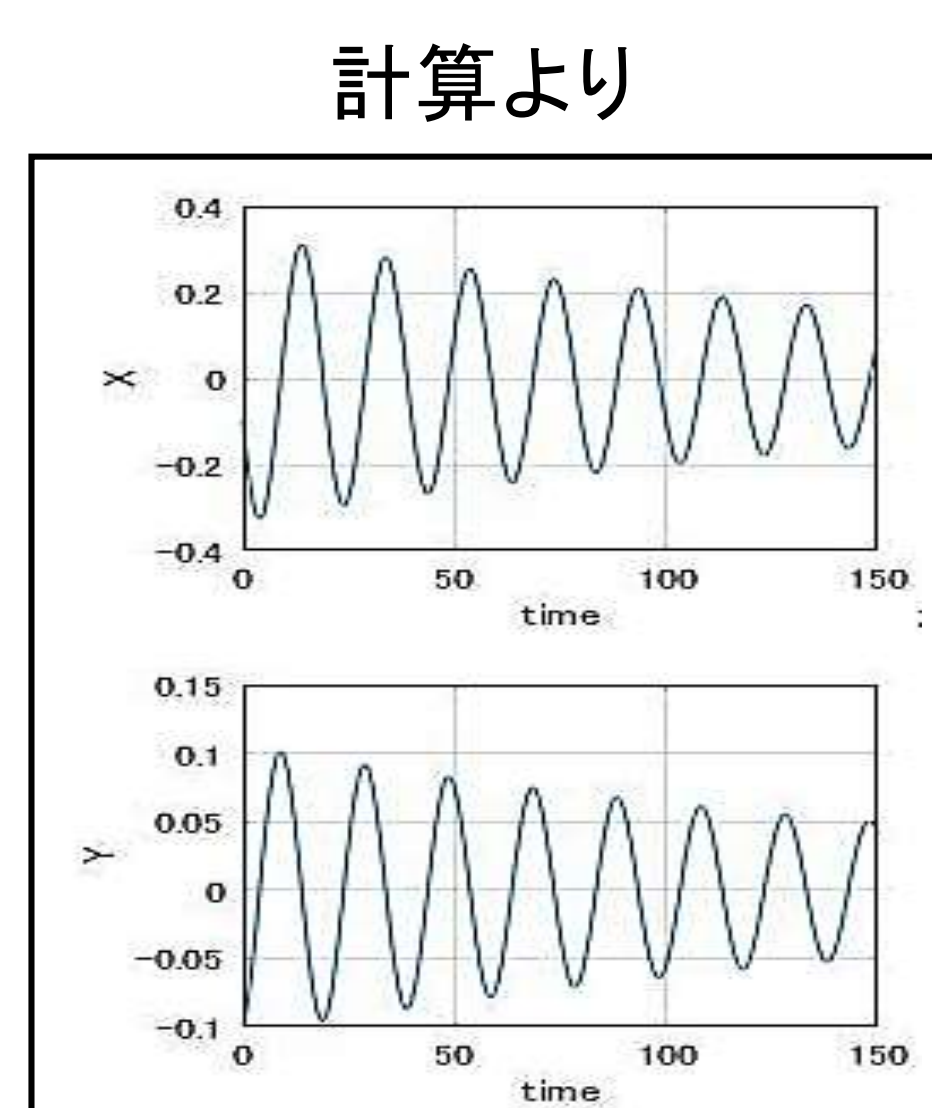
$$\Delta y = \frac{nR}{p} \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{1}{c} (Q_1 - Q_2)$$

アルコールランプからの供給熱  $Q_1 = \gamma(1 - \delta)x$

シリンジからの排熱  $Q_2 = \varepsilon y$

ビー玉の重心	...	x
装置全体に封入された空気の体積	...	y
ビー玉の質量	...	m
温度変化	...	$\Delta t$
熱容量	...	c



振動は必ず減衰する

mが増加→fも増加

## 参考文献

- 1) 安孫子和弘・田代貴美(北海道大学) 『ビー玉スターリングエンジンの熱力学的考察』 (物理教育 59巻1号 2011)
- 2) 『物理』(数研出版)

## 謝辞

兵庫教育大学准教授 猪本修先生に、多くの有益な助言をいただきました。この場をお借りしてお礼申し上げます。