

つまずきの実態

～こんな生徒の姿が見られませんか？～

- 問題解決に適した式変形を行うことができない。
- 変形した式がどのような数を表すかを理解することができない。

問題：2つの連続した奇数の積に1を加えると、どのような数になるかを考えましょう。



連続する奇数っていろんな表し方があるけど…

問題を文字式で表すことができない。

$4n^2 + 8n + 4$ まではできたけど…

式変形より、その式がどのような数を表しているかがわからない。



単元の概要

目標

因数分解や式の展開を利用して、正しい式に変形できるようにする。

内容

- 因数分解と展開
- 文字式の利用
- 式による説明

※太字は次ページに詳細を掲載

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容 (単元名) | | つまずきの実態 |
|------------|--------|---|
| 第3学年 | 多項式 | 問題解決に適した式変形を行うことができない。 変形した式がどのような数を表すかを理解することができない。 |
| 第2学年 | 文字式の利用 | 文字を使った式を利用して、論理的に説明を展開することができない。 |
| 第1学年 | 文字式の利用 | 数値を文字式で表すことができない。 文字式がどのような数を表すかがわからない。 |

つまづき解消に向けた指導の工夫 ①

結果をもとに、どのように展開、因数分解したのかを推測する活動

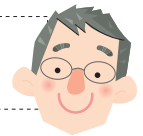
活動のねらい▶ 因数分解・展開を利用して文字式で表した結果がどのような数を表すのかを考える。

ここが
ポイント

- ① $[2n+1][2n+3]$ の積に1をたした数がどのような数字を表すのかを考える。
- ② 教師が異なる結果を示し、どのような考え方でその結果になったのかを推測し、説明し合う。

期待される生徒の姿

Aさんは「4の倍数になった」、Bさんは「ある数の2乗になった」と言っています。それぞれどのように考えたのでしょうか。



Aさんは
 $4(n^2+2n+1)$ と考え
たんじゃないかな。

Bさんは
 $(2n+2)^2$ にしたと思うよ。

$(2n+1)(2n+3)$ を展開
して1を足すと、 $4n^2+8n+4$ になったけど…。

計算した式がどのような数
を表すのかを因数分解・展開
を利用して考察することが
できる。

つまづき解消に向けた指導の工夫 ②

2数の表し方を変えて、説明し直す活動

活動のねらい▶ 導いた式が表す意味についての理解を深める。

ここが
ポイント

- ① 連続した奇数の表し方を自由に考える。
 - ② 各自が考えた奇数を表す文字式を、展開、因数分解し、どのような意味を表すのかを説明し合う。
 - ③ それぞれの考え方を比較し、気付いたことを話し合う。
- ※自分で表し方を考えられない生徒のために、全体で表し方を発表する等の手立てが考えられる。

期待される生徒の姿

$2n+3$ と $2n+5$
 $2n+11$ と $2n+13$
 $2n-1$ と $2n+1$
⋮

$(2n+1)$ と
 $(2n-1)$ にしたら、
 $4n^2$ になったよ。

$4n^2$ は $(2n)^2$ になるから、ど
っちも同じ意味になるな。

$(2n+3)$ と $(2n+5)$ にしたら、
 $4(n^2+4n+4)$ や $(2n+4)^2$ に
なったよ。

式の違いを比較することによ
り、「最初の文字の置き方によ
って式展開の表し方は異なる
が、表す意味は同じになるこ
と」に気付くことができる。

数と式②

第3学年

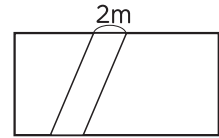
二次方程式

つまずきの実態

～こんな生徒の姿が見られませんか？～

文章題の数値や文字を使って、問題を解決するための二次方程式を立式することができない。

問題：横が縦の2倍である長方形の畑に、図のような一定の幅の道を作ったところ、残りの畑の面積は180㎡になりました。もとの畑の縦と横の長さを求めなさい。



何と何を = (イコール) でつなげればいいのか？

図や表を用いて場面を正しく表現することができない。

どうして x^2 がでてくるの？

文字を用いて数量関係を表現することができない。



単元の概要

目標

文章題の中の数量関係を読み取るために、図や表を用いて場面を視覚化し、問題を解決するための二次方程式を立式できる。

内容

※太字は次ページに詳細を掲載

- 二次方程式とその解き方
- 二次方程式の解の公式
- 二次方程式と因数分解
- 二次方程式の利用

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容 (単元名) | | つまずきの実態 |
|------------|-------|--|
| 第3学年 | 二次方程式 | 文章題の数値や文字を使って、問題を解決するための二次方程式を立式することができない。 |
| 第2学年 | 連立方程式 | 文章題の数値や文字を使って、問題を解決するための連立方程式を立式することができない。 |
| 第1学年 | 方程式 | 文章題の数値や文字を使って、問題を解決するための方程式を立式することができない。 |

つまづき解消に向けた指導の工夫

- ①立式するために必要なものを選択し、それを図や表などを用いて視覚的に整理、説明する活動
(文章題の内容を図や表を用いて表現することで、多様なアプローチをもって立式する)
- ②ICTを用いて、問題場面をイメージしやすくする活動
- ③班学習に互いの意見を聞き、自分とは違う考え方を知ったり、教えることで自分の考えをまとめたりする活動

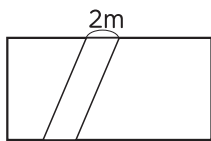
活動のねらい

- 図と表を用いて視覚化したものを比較しながら、立式するために必要な等しい数量関係を見だし、二次方程式を立式することができる。
- ICTを使って道を移動させることによって、求めようとする畑の面積が分断されずに長方形で求められることに気付かせる。

ここがポイント

- 道が畑のどこにあっても畑の面積は変わらないことを確認する際、PCのアニメーション等を用いるとわかりやすい。
※最初からアニメーションを用いて示すのではなく、問題解決の方法を生徒に考えさせるようにする。
- 数量関係を表に表すときには、畑の縦と横のそれぞれの長さをかけたら面積になることに注意させて立式につなげる。
- 図と表を併用して考えればわかりやすいことを伝える。

期待される生徒の姿

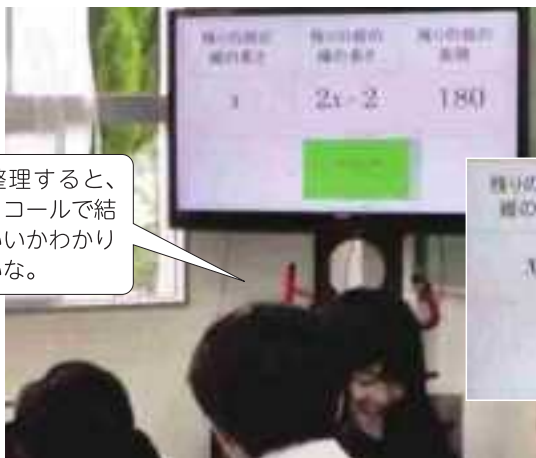


縦と横をかけるから、二次方程式になりそうだ。

畑の縦の長さを x としたら、畑の面積を x を使って表すことができるよ。

道がなければ簡単に計算できるけど…。

縦は x だけど、横は $2x$ にはならないな。



表に整理すると、何をイコールで結べばいいかわかりやすいな。

| 残りの畑の縦の長さ | 残りの畑の横の長さ | 残りの畑の面積 |
|-----------|-----------|---------|
| x | $2x-2$ | 180 |

$2x-2$ は何を表していますか？



畑の横の長さから、道幅を除いた値です。



- ICTを使って畑の面積を移動させてまとめることで、文章題を単純化してとらえることができる。
- 文章題を図と表の両方を用いて表現することで等しい数量を見だし、二次方程式を立式することができる。
- 小グループでの教え合い活動を通して、自分の考えを整理することができる。

図形①

第3学年

三平方の定理

つまずきの実態

～こんな生徒の姿が見られませんか？～

立体での最短距離を求めるために、展開図から必要な図形を見いだして、問題解決することができない。

問題：三平方の定理を利用して最短距離を求めなさい。



立体での最短距離っていったいどこになるの？

立体を平面と関連付けて見ることができない。

三平方の定理というけれど、どこに直角三角形があるの？

展開図から直角三角形を見つけることができない。



単元の概要

目標

三平方の定理を用いて考察したり、具体的な場面で活用したりできるようにする。

内容

※太字は次ページに詳細を掲載

- 三平方の定理
- 平面図形、空間図形への利用
- 立体の展開図

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容 (単元名) | | つまずきの実態 |
|------------|------------------|--|
| 第3学年 | 三平方の定理 | 立体での最短距離を求めるために、展開図から必要な図形を見いだして、問題解決することができない。 |
| 第2学年 | 図形の調べ方 | 図形から問題解決に必要な図形を見だし、平行線や角の性質を利用して求めることができない。 |
| 第1学年 | 立体のいろいろな見方 | 空間図形の特徴について、見取図と展開図を関連付けて読み取ることができない。 |
| | 垂直二等分線・角の二等分線の作図 | 線分の垂直二等分線、角の二等分線などの基本的な作図の方法や、手順の意味が理解できない。 |
| 小学校 | | 数量や計算、図形にかかわる意味や概念を、実感をもってとらえることができない。 ※小学校算数 p.61～74 |

つまずき解消に向けた指導の工夫 ①

立体模型にひもをかけて、最短距離を考えさせる活動

活動のねらい▶ 最短距離が直線になることを確認し、その直線を一边とする直角三角形を見いだすことができるようにする。

ここがポイント

立体で最短距離をイメージするのは難しいため、具体物を用意し、実際に見ることによって、空間図形から問題解決に必要な直角三角形を見いだせるようにする。

期待される生徒の姿



最短距離はやっぱり直線になるね。

展開図をかいたら最短距離を求めることができそうだね。

- ひもを使うことで立体にも最短距離があることが理解できる。
- 最短距離を一边とする直角三角形ができるように考えて、展開図をかくことができるようになる。

つまずき解消に向けた指導の工夫 ②

円錐の展開図をかいて、その中にできた直角三角形を見いだす活動

活動のねらい▶ 三平方の定理を活用するための直角三角形を、展開図から見いだせるようにする。

ここがポイント

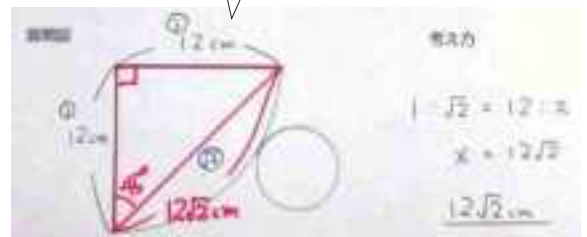
- ①側面のおうぎ形の中心角が 90° になっている円錐を用意し、最短距離を斜辺とする直角三角形を見いださせる。
- ②側面のおうぎ形の中心角が 60° や 120° など、角の二等分線をかくと、 30° 、 60° 、 90° の直角三角形ができる円錐にも取り組ませる。

期待される生徒の姿



側面の展開図はおうぎ形になるね。直角三角形はあるのかな？

ここに直角三角形があるから三平方の定理が使えるね。




展開図から直角三角形を見いだすことで、三平方の定理を用いて問題解決を図れることが理解できる。

つまずきの実態


～こんな生徒の姿が見られませんか？～

帰納的な説明と演繹的な推論による証明の違いが理解できていない。



三角形と比を使うためには、どこに補助線を引けばいいのかな？

三角形と比や平行線と比の定理の活用ができない。



定規で確かめたから、証明しなくてもいいんじゃないの？

証明する必要性が理解できていない。

単元の概要

目標

具体的な問題を通して規則性を見つけ、三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて証明する必要性を理解する。

内容

※太字は次ページに詳細を掲載

>

- 相似の意味と相似な図形の性質
- 三角形の相似条件を使った図形の性質の証明
- 平行線と線分の比
- 中点連結定理

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容 (単元名) | | つまずきの実態 |
|------------|--------|--|
| 第3学年 | 円周角の定理 | 帰納的な説明と演繹的な推論による証明の違いが理解できていない。 |
| | 相似な図形 | |
| 第2学年 | 証明 | 図形の性質や関係を言葉による表現から記号を用いて表すこと、記号で表された情報を読み取ることができていない。帰納的な説明と演繹的な推論による証明の違いが理解できていない。 |

つまずき解消に向けた指導の工夫 ①

【帰納的な説明】

操作活動での気づきをグループで交流し、帰納的に規則性を導き出す活動

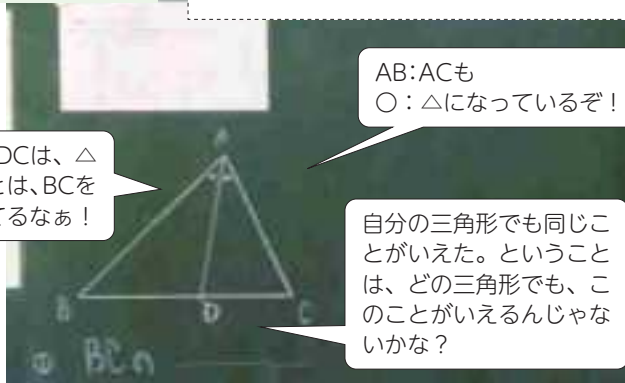
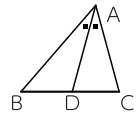
活動のねらい ▶ それぞれが自由に作成した三角形について、角の二等分線を作図し、辺の比と線分の比の関係に気付く。

ここがポイント

グループで交流する際に、辺の長さや線分の長さを測るように指示し、比が同じであることに、生徒自らが気付けるようにする。

期待される生徒の姿

△ABCの∠BACの二等分線を引き、BCとの交点をDとしたとき、点Dは辺BCのどんな場所にありますか。



BDは、0cm、DCは、△cm。ということは、BCを0:△に分けてるなあ！

AB:ACも 0:△になっているぞ！

自分の三角形でも同じことがいえた。ということは、どの三角形でも、このことがいえるんじゃないかな？

各自の気づきを交流し合い、共通点などを整理する中で、「∠BACの二等分線を引くとAB:AC=BD:DCになる」という規則性に気付くことができる。

つまずき解消に向けた指導の工夫 ②

【演繹的な推論】

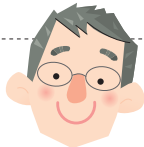
演繹的な推論による証明をするために活用できそうな既習事項についてグループで話し合う活動

活動のねらい ▶ 既習事項を活用しながら、見通しをもって証明を行うことができるようにする。

授業の様子

△ABCの∠BACの二等分線を引くと、「AB:AC=BD:DC」になることを証明しなさい。

証明するために、これまで学習したことでどんなことが使えるのか話し合みましょう。



比が等しいことを証明するということは…。

相似が使えるんじゃない？

でも、△ABDと△ACDは相似じゃないよね。

相似になる三角形を作ってみたら？

使えるような既習事項についてグループで話し合うことにより、見通しをもって証明を行うことができる。

2つの角が等しいと相似になるから…。


平行線を引けば、錯角や同位角が使えるよ。



つまずきの実態


～こんな生徒の姿が見られませんか？～

帰納的な説明と演繹的な推論による証明の違いが理解できていない。



円周角がいっぱいあるけど、どの弧に対応してるのかな？

どの弧に対する円周角・中心角なのか理解できていない。



分度器で確かめたから証明は必要ないんじゃないの？

証明する必要性が理解できていない。

単元の概要

目標

円周角と中心角の関係について、論理的に考察し、証明の必要性を理解する。

内容

※太字は次ページに詳細を掲載

>

- 円周角と中心角
- 円周角の定理とその証明
- 等しい弧に対する円周角
- 円の性質を根拠にした証明

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容 (単元名) | | つまずきの実態 |
|------------|--------|--|
| 第3学年 | 円周角の定理 | 帰納的な説明と演繹的な推論による証明の違いが理解できていない。 |
| | 相似な図形 | |
| 第2学年 | 証明 | 図形の性質や関係を言葉による表現から記号を用いて表すこと、記号で表された情報を読み取ることができていない。帰納的な説明と演繹的な推論による証明の違いが理解できていない。 |

つまづき解消に向けた指導の工夫 ①

【帰納的な説明】

具体的な操作を通して、円周角の規則性について実感する活動

- 活動のねらい▶
- 操作活動を通して、円周角が等しくなることを実感する。
 - グループでの意見交換から円周角についての理解を深める。

ここがポイント

操作活動を行うとき、自由な発想を重視しつつ、生徒への丁寧なアドバイスを心掛ける。

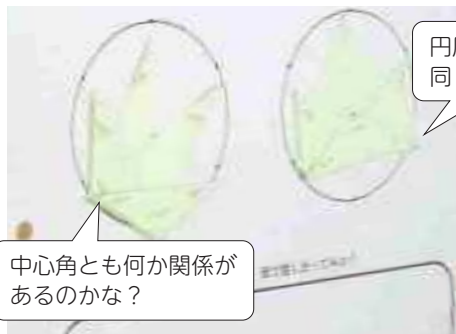
期待される生徒の姿

①円を6等分した、円周上の6つの点のうち、任意の3点を結び、いろいろな三角形を作る。

②作った三角形を切り出し、複数の三角形を同じ長さの辺で重ね、再度配布した円の円周上に置き、気付いたことをまとめる。



3種類の三角形が作れた。それぞれ内角の大きさは？



円周上の角がみんな同じ大きさだ！

中心角とも何か関係があるのかな？

帰納的な方法で円周角が等しくなることを実感することができるようになる。

つまづき解消に向けた指導の工夫 ②

★対話的な学びにつながる実践

【演繹的な推論】

円周角、中心角についての気づきをグループで交流し、どうすれば証明できるのかを考える活動

- 活動のねらい▶
- 帰納的な活動を通して気付いたことがすべての場合に成り立つかを検討し、演繹的な推論による証明の必要性を理解する。

ここがポイント

- グループで話し合う際に以下の視点を提示する。
- どんな既習事項が使えるか。
 - 既習事項を用いるために、どんな補助線を引けばよいか。

期待される生徒の姿



でも、すべての場合に成り立つとっていいのかな？

中心角の半分になっている。

本当だ！どんな場合でも角の大きさが同じだ。

証明するために何が使えるだろう？



内角と外角の関係が使えるんじゃないかな？

演繹的な推論による証明の必要性を感じ取り、三角形の内角と外角、二等辺三角形の性質など既習事項を使って証明することができる。

$$ax + ay = a(x + y)$$

関数

第3学年

変化の割合とx、yの増加量の意味

つまずきの実態

～こんな生徒の姿が見られませんか？～

変化の割合、x、yの増加量の関係を、言葉や数、式、図、表、グラフなどを使って表現することができない。

問題：関数 $y=2x^2$ で、xの値が1から4まで増加するときの変化の割合をいろいろな方法で求めなさい。



計算して30は出たけど、これってどういう意味？

形式的に処理はできるが、意味はわからない。

計算だとわかるけど、表やグラフの変化の割合や増加量がわからない。



計算、表、座標（グラフ）相互の関係を理解していない。

単元の概要

目標

x、yの増加量を計算・表・座標・グラフを使って求め、変化の割合を求める。

内容

※太字は次ページに詳細を掲載

- $y=ax^2$ で表される関数
- 関数 $y=ax^2$ のグラフとその特徴
- xの変域とyの変域
- 関数 $y=ax^2$ の変化の割合

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容（単元名） | | つまずきの実態 |
|-----------|------------------|--|
| 第3学年 | 変化の割合とx、yの増加量の意味 | 変化の割合、x、yの増加量の関係を、言葉や数、式、図、表、グラフなどを使って表現することができない。 |
| 第2学年 | 一次関数のグラフ | x、yの値の組や言葉、数、式、図、表、グラフなどを使って、グラフの傾きを考えることができない。 |
| 第1学年 | 比例の式を求めること | x、yの関係を、言葉や数、式、図、表、グラフなどを使って表現することができない。 |
| 小学校 | | 数量の関係を文章や図から読み取って、式を立てることができない。 ※小学校算数 p.75～88 |

つまづき解消に向けた指導の工夫

- 計算結果、表、座標、グラフを対比し、相互関係を話し合いながら、気付いたことや疑問点を明らかにする活動
- 動画を用いた振り返り

活動のねらい

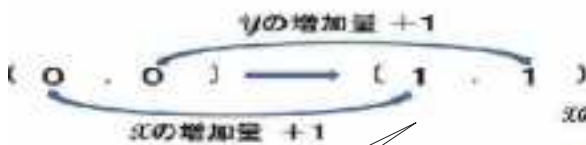
- 同じ内容を異なる形で表現できることを理解する。
- 表、座標、グラフから、 x 、 y の増加量や変化の割合を読み取れるようにする。
- 動画を用いて振り返りをし、イメージを明確にすることで、理解を深める。

期待される生徒の姿

関数 $y=x^2$ で、 x の値が0から1まで増加するときの変化の割合を求めなさい。また、 x の値が1から2まで増加するときの変化の割合はどうなりますか。

ここがポイント

板書等を工夫し、 x 、 y の増加量について、①表を使って求める、②座標を見比べて求める、③グラフから読み取る等、それぞれの求め方が対比できるようにし、増加量を求めるための手段は違うが、同じものが求められることに気付かせる。



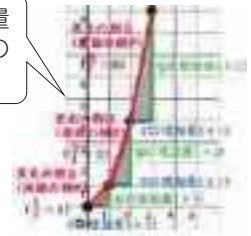
座標で比較するのも表で比較するのも考え方は似ているね。

| | | | |
|-----|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 |
| y | 0 | 1 | 4 |

x の増加量 +1
 y の増加量 +1

表を見ても、増え方が違うことがわかるよ。

一次関数だと、増加量はいつも一緒だったのには？



y に対して x が2乗している関係だから増加量が変わるんだ。

【動画を用いた振り返り】

ここがポイント

- プレゼンテーションソフトなどを用いて、座標や、表、グラフについて、 x が1増加すると y が増加する動画（上記の図にアニメーション機能を加えたもの）を作成する。
- 動画を用いて、生徒が説明しながら全体で振り返ることにより、視覚的なイメージを高められるようにする。

x が2乗になっているので、 y の増加量はいつも同じにはなりません。だから、直線ではなく、このような曲線になります。



- 異なる表現を比較させることで、表、座標、グラフの関連性が明確になり、理解が深まる。
- 形式的な計算からだけでなく、表、座標、グラフのそれぞれから、 x 、 y の増加量を読み取ることができる。

資料の活用

第3学年

標本調査

つまずきの実態

～こんな生徒の姿が見られませんか？～

標本調査を行い、母集団の性質を推測することができない。

問題：ある工場で大量に製造される品物から、150個を無作為に抽出したところ、そのうち3個が不良品でした。この工場で10000個の品物を製造したとき、そのうち不良品の個数は、およそ何個と推測されますか。



150個に3個の不良品だから…
10000個はどう関係するの？

抽出することの意味や必要性が理解できず、何から手を付けてよいかわからない。

単元の概要

目標

- 標本調査の必要性と意味を理解する。
- 簡単な場合について標本調査を行い、母集団の傾向をとらえて説明できるようにする。

内容

- 全数調査と標本調査
- 標本の抽出
- 母集団と標本
- 標本調査の活用

※太字は次ページに詳細を掲載

学習内容の系統と各学年に見られるつまずき

| 学習内容 (単元名) | | つまずきの実態 |
|------------|-------|---|
| 第3学年 | 標本調査 | → 標本調査を行い、母集団の性質を推測することができない。 |
| 第2学年 | 確率 | → 起こりうるすべての場合の数と求めたいことがら起こる場合の数を、正確に数え上げられない。 |
| 第1学年 | 資料の活用 | → ヒストグラムや度数分布表から相対度数を求めることができない。 |

身近にある題材を用いて、母集団の性質を標本調査を行い、推測する活動

活動のねらい▶ 全てを調べなくても母集団の性質は推測することが可能であることや、標本調査のよさに気付く。

期待される生徒の姿

①問題解決の方法を考える

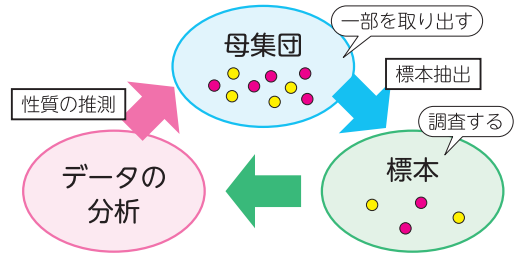
全校生のアンケートを調べるのは大変だ。

自分たちのアンケートを調べるのは面白いな。

ここに、〇中学校で、全校生徒に平日の勉強時間を聞いたアンケートの回答があります。

この資料を用いて、〇中学校の生徒の平日の勉強時間の平均値を推測しなさい。

推測するだけなら、全員分を調べなくてもいいんじゃないの？



ここがポイント

- 自分たちが実際に行ったアンケートデータを準備する。
→ 数学を身近に感じることができ、意欲・関心を高めることができる。
- 700人以上の平均時間を求めることは困難なことだと確認し、「何かいい方法はないか。」と問いかけ、標本調査の必要性を実感させる。
- 解決方法だけでなく、どんな結果だとどんなことがいえるのかといった見通しについても話し合わせる。

②自分達で標本調査を行う

ここがポイント

- 目的に応じて、どのような相手から抽出すればいいのかを考える必要性をもたせる。
 - 必要に応じて、乱数表や乱数さい等を用いた方法も示す。
- ※実際に標本調査をすることが望ましいが、調査内容や調査対象、分析の仕方について話し合うだけでも、標本調査の意味やよさを感じさせることができる。

「家庭学習の時間」について小学生にも聞いてみて、自分達にできることを考えてみよう。

どれくらいの数を抽出すればいいだろう。

全体的に結果が低い場合と、一部だけが低い場合だと、取組も変わってくるな。



- 自分たちの受けたアンケート結果を使うことで、興味・関心を高めることができる。
- グループで調べた後に実際の平均値を示し、自分たちが調べて推測した平均値と実際の平均値を比較することで、標本調査の有効性を実感することができる。
- 実際に標本調査を活用することで、その意味やよさに気付くことができる。