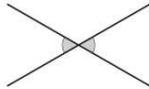


(2) 中学校数学

① 証明の必要性と意味を理解していること【A8】

8 ある学級で、「対頂角は等しい」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。



①
下の図のように直線 ℓ と直線 m が交わっているとき、

よって、 $\angle a = \angle b$
したがって、対頂角は等しい。

2つの直線がどのように交わっても「対頂角は等しい」ことの証明について、正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

- ア ①も②も証明できている。
- イ ①は証明できているが、②は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
- ウ ①は証明できているが、②は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめても証明したことにはならない。
- エ ①も②も2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
- オ ①は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

②
下の図のように直線 ℓ と直線 m が交わっているとき、2つの角の大きさをそれぞれ測ると、

よって、 $\angle a = \angle b$
したがって、対頂角は等しい。

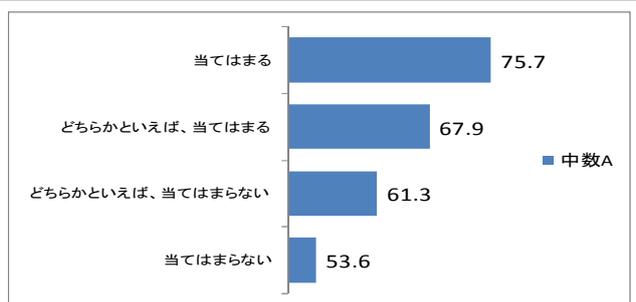
〈解答類型・反応率と課題〉

	解答類型	全国(公立)	県(公立)	自校
1	ア と解答しているもの	21.5	22.2	
2	イ と解答しているもの	28.4	29.1	
3	㊦ ウ と解答しているもの	25.8	25.3	
4	エ と解答しているもの	14.1	13.4	
5	オ と解答しているもの	8.8	8.7	
9	上記以外の解答	0.1	0.2	
0	無解答	1.2	1.2	

- 解答類型1の中には、実測や操作など帰納的な方法による説明と演繹的な推論による説明の違いを理解していない生徒がいると考えられる。
- 解答類型2の中には、実測や操作など帰納的な方法による説明の限界について理解していない生徒がいると考えられる。
- 解答類型4の中には、証明するためにかかれた図は、すべての代表として示されていることを理解していない生徒がいると考えられる。

〈関連する生徒質問紙・回答別の平均正答率〉

質問項目	数学の授業で公式やきまりを習うとき、その根拠を理解するようにしていますか(肯定的回答)		
全国(公立)	県(公立)	自校	
70.1	65.3		



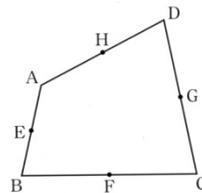
〈今後の指導に向けて〉 **帰納的な考え方から演繹的な考え方への切り替えを重視した授業実践を！**

「型にはまった記述式の証明は正しく書くことはできても証明の意義を理解していない」ことが課題として見られる。また「証明」に限らず、他領域でも公式やきまりとして使うことができても、用語の意味を深く理解していない場合が多い。小学校では帰納的な考え方が中心であり、中学校では演繹的な考え方が中心となる。その帰納的から演繹的への変化を整理し、接続することがうまくいっていないため小学校における経験則をもとに「実測や操作など帰納的な説明も証明の一つだ」と理解している生徒が多い。そこで、図形領域にとどまらず帰納的な考え方のよさと限界、演繹的な考え方(証明)の役割について理解が進む仕掛けのある授業展開をしていく必要がある。

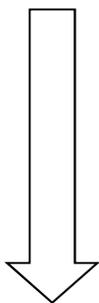
【例1 3年「相似 中点連結定理」】※任意の四角形の各辺の中点を結びと平行四辺形となる

①操作によるアプローチ (帰納的な考え方)

いろいろな四角形の中点を結び、結果を予想する
→ひし形、長方形など



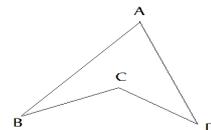
帰納から演繹への
スイッチの切り替え



T: ひし形も長方形も平行四辺形だと言えるね(平行四辺形の定義の確認)
でもどんな場合でも平行四辺形になるの?もう少し書いて調べてみる?
S: もうこれだけ調べたからいいと思います。
T: でも例外があったり、平行四辺形っぽく見えるだけかも・・・

②証明 (演繹的な考え方)

③探究的な学習への発展『ひし形や長方形になる条件』『凹型四角形』

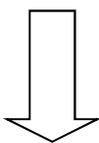


◆図形領域以外での『帰納的な考え方のよさと限界、演繹的な考え方への切り替え』例

【例2 2年「文字式の利用」】※自然数で各位の数の和が3の倍数ならば、もとの自然数も3の倍数である

①計算によるアプローチ (帰納的な考え方)

Q: 7□9が3の倍数となる□に入る数を見つけよう



以上のことより「すべての自然数で各位の数の和が3の倍数ならば、もとの自然数も3の倍数である」と言えるの?



②証明 (演繹的な考え方)

③探究的な学習への発展(習得した知識、技能を活用してアクティブに深く考える場面を設定する)

Q: ある自然数が2~9の倍数かどうか判断する方法を見つけよう

- 1 類推的な考え方・・・3の倍数の判定方法が他の場合もあてはまるか
- 2 帰納的な考え方・・・帰納的にいろいろな倍数を調べてルールを見つける
- 3 演繹的な考え方・・・文字を使って証明する

ポイント

- ・感覚的に捉えることや論理的に考えようとするきっかけ(予想)など、操作・実測の良さを認めつつ、帰納的な説明では命題のすべての場合を網羅できないことを様々な場面で確認させる。
- ・帰納⇄演繹のスイッチの切り替えのように「仕掛け」を意識した授業を充実させる。