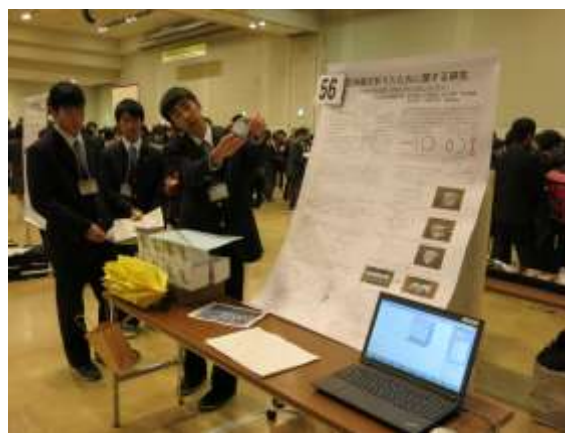


## 「第8回 サイエンスフェア in 兵庫」に参加

1月31日(日) 神戸国際展示場で行われた「サイエンスフェア in 兵庫」に本校生徒7名が研究発表を行った。理数系の研究内容のプレゼンテーションを10分間、計4回行うというものである。

発表内容は、地学部が今年度の文化祭や「科学の祭典」で取り組んできた研究テーマである「折り紙」を発展させ、「立体面の折りたたみに関する研究」としてまとめ上げたものである。(※研究内容は別紙参照)

大勢の人前での発表に緊張はあったものの、他校生からは、発表内容、説明のしかたとも良い評価をいただき、大きな自信につながったようだ。



# 立体面の折りたたみに関する研究

## ～立方体の面への折りたたみについて～

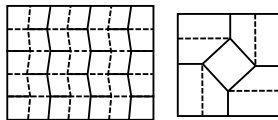
兵庫県立北須磨高等学校 木村祐也 小林皓紀 大前大輔 和田翔夢  
前川成樹 伊藤遼太郎 飯沼俊也

### (動機)

今年度の地学部の研究テーマ「折り紙」において、ミウラ折りやねじり折りなどについて調べてきた。その過程でミウラ折り（左図、実線…山折り、点線…谷折り）は折り目を正方形ではなく平行四辺形にすることで開閉しやすくなることや、ねじり折り（右図）が正方形だけではなく他の正多角形でも作成できることを実際に確かめた。

これらの研究は人工衛星の太陽光パネルの展開や医療分野などにも使用されていることなどを知った。

ここでは、平面からの折りたたみを発展させ、立体から平面への折りたたみについて研究した。



### (目的)

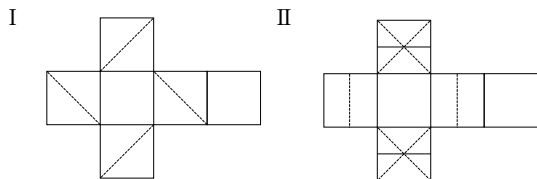
ミウラ折りやねじり折りのように2点に力を加えることによって、立体から平面への折りたたみ、平面から立体への展開がスムーズに行えるような立体を作成する。また、開閉における頂点や辺、面の動作を観察、分析を行う。なお、様々な立体が考えられるが、ここでは立方体に限定し、面である正方形に折りたたむ方法を取り上げた。

### (方法)

- ① 立方体の一つの面に折りたためるような折り目を考え、紙を使い実際に折りたためる立方体を作成する。
- ② ①の立方体の開閉において、頂点、辺、面の動きを観察する。
- ③ 空間座標内において頂点の座標を数式化し、3D-GRAPESを用いることで立方体の頂点、辺、面の動作を視覚化する。

### (①の結果)

パターンⅠ…側面の対角線に折り目を入れ、ねじるようにたたむ  
パターンⅡ…図のように折り目を入れ、潰すように折りたたむ



### (②の結果)

パターンⅠ、Ⅱともに、折りたたみの最終形は正方形に重なるが、開閉の途中で面がゆがんでいることが観察できた。※実物参照

### (③の結果)

パターンⅠの数式化

$S(1,1,0)$ ,  $R(1,-1,0)$ ,  $SP=2$ ,  $\angle PSA=t$  とおくと

点Pの座標は、 $P(1-2\cos t, 1, 2\sin t)$ である。

線分PRの中点をHとし、2条件

(i)  $\overline{HQ} \perp \overline{RP}$  (ii)  $|\overline{HQ}| = \sqrt{2}$

から点Qの座標を求める。

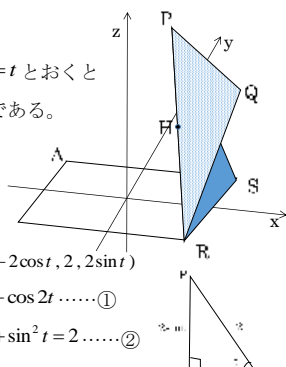
(i)  $\overline{HQ} = (x-1+\cos t, y, \sin t)$ ,  $\overline{RP} = (-2\cos t, 2, 2\sin t)$

$\overline{HQ} \cdot \overline{RP} = 0$ より、 $y = (x-1)\cos t + \cos 2t \dots\dots ①$

(ii)  $|\overline{HQ}|^2 = 2$ より、 $(x-1+\cos t)^2 + y^2 + \sin^2 t = 2 \dots\dots ②$

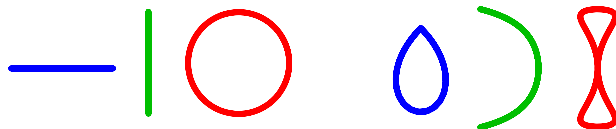
①, ②より、 $Q\left(\frac{2\cos\theta\sin^2 t}{1+\cos^2 t} + 1, \frac{3\cos^2 t - 1}{1+\cos^2 t}, 2\sin t\right)$ となる。

※詳細およびパターンⅡについてはノート参照



3D-GRAPES を用いて検証してみると開閉の途中では側面の辺が離れてしまい立方体の面の平面が維持できていないことが分かった。つまり、紙の場合は面が変形しながら開閉していることが分かった。また、頂点の軌跡を  $xy$ ,  $yz$ ,  $zx$  の各平面に正射影した図形が特徴的な曲線を描いていることも分かった。 ※画像参照

(点Pの軌跡が描く図形) (点Qの軌跡が描く図形)



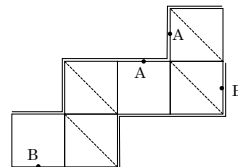
※上図は、頂点P, Qの変数  $t$  を  $360^\circ$  まで変化させたときの軌跡を各平面に正射影してできる図形。左から  $xy$  平面,  $yz$  平面,  $zx$  平面。

### (①～③をもとに考えたオリジナル立体)

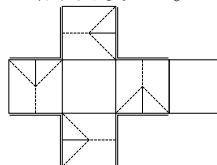
※実物参照

※ 実線…山折り (接続)、点線…谷折り、二重線…切りはずし (未接続)

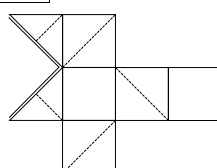
立体 K-1…パターンⅠをもとにスムーズにたためるように六辺と二辺の中点A, Bで固定した。



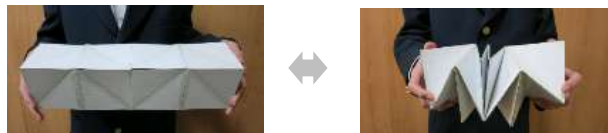
立体 K-2…パターンⅡをもとにバランスよくたためるように折りの配列を変えた。



立体 K-3…面の切りはずしを正方形の対角線1つだけにした。



K-3の連結型…4つの立方体が瞬時に正方形に折りたためる。逆に、正方形から瞬時に立方体へ変形。



### (まとめ)

今回は、立方体を面の正方形に折りたたむ方法として、3つの立体を完成させた。その過程で、立体の頂点は変形過程において様々な軌跡を描くこともわかったが、頂点や面の動作が複雑なためすべてを画像処理し、解析するまでには至らなかった。

立体から平面への変形は工学面での様々な応用の可能性を秘めていると考える。さらなる発展として、隙間や折りを少なくするなどある条件下でのたたみ方や立方体以外の立体についての折りたたみについても研究していきたい。

### (参考 HP)

- 「関数グラフソフト 3D-GRAPES 1.70」(友田勝久)
- 「折り紙研究ノート」(三谷純)