折り紙の数学ー正ｎ角形を折る操作数についての考察ー

課題研究１班

目的

これまで ➡ 折り紙で作図できる
正多角形について

今回 ➡ 折り紙で正多角形を
折るときの操作数について

前提条件

面積無限の平らな平面
伸縮しない紙
折り紙公理に基づく操作のみ
操作数：折り紙上で直線を引く操作のことを１操作と定義
折り紙の重心の座標を原点（0,0）とし、折り紙の頂点の座標を（1,1）とする
正多角形の各頂点は円$x^2+y^2=1$上にとる
（複素数平面の利用ができるという観点から）

仮説

正n角形のnの値と操作数には、nの約数に関して関係があるのではないか

折り紙の折り方を分析する手法

1. ある操作数で作図可能な図形を探る

2. 折り紙で正多角形を折るとき、折り紙公理のどの操作を使うかを分析し、削減可能な操作を探る

結果１

上の1.は計算量が多すぎて断念した
2.の結果から角の二等分線を折る操作が多く使われていることが分かった

角の二等分を減らせばいい

参考文献

1.中川仁　平成24年度上越教育大学公開講座　折紙の数学, 2012

まとめ

正n角形のおおまかな操作数は、今回の結果から、nの素因数を調べることで最小に近い値を予測することができる。

折り紙の性質の利用

角の２等分

正p角形の各頂点がとれていて

直線$y=\tan\left(\frac{2\pi}{4p}\right)x$が次 の操作で折れるとき

正2p角形の各頂点は、その操作でとれる

正n角形と正2n角形の関係

角の３等分

正p角形の各頂点がとれていて

直線$y=\tan\left(\frac{2\pi}{3p}\right)x$, $y=\tan 2\left(\frac{2\pi}{3p}\right)x$

が次の操作で折れるとき
正3p角形の各頂点は、その２操作でとれる

正n角形と正3n角形の関係

結果２

角の２等分の利用

正ｎ角形	操作数	正ｎ角形	操作数	正ｎ角形	操作数	正ｎ角形	操作数
4	2	3	4	5	10	7	9
8	4	6	4	10	11	14	10
16	5	12	4	20	12	28	11
32	6	24	6	40	13	56	12
64	7	48	7	80	14	112	13
$2^k(k\geq 3)$	k+1	$3\times 2^k(k\geq 3)$	k+3	$5\times 2^k(k\geq 0)$	k+10	$7\times 2^k(k\geq 0)$	k+9

角の３等分の利用

正ｎ角形	操作数	正ｎ角形	操作数	正ｎ角形	操作数	正ｎ角形	操作数
3	4	6	4	5	10	7	9
9	8	18	8	15	13	21	12
27	11	54	11	45	16	63	15
81	14	162	14	135	19	189	18
243	17	486	17	405	22	567	21
$3^k(k\geq 2)$	3k+2	$2\times 3^k(k\geq 2)$	3k+2	$5\times 3^k(k\geq 0)$	3k+10	$7\times 3^k(k\geq 0)$	3k+9