

模型飛行機の数学的考察

兵庫県立加古川東高校 課題研究7班



はじめに

目的

模型飛行機の飛距離を長くすること。

キーワード

- ・揚力 機体を上向きに押す力。・抗力 機体が飛ぶのを妨げる力。
- ・揚抗比 揚力と抗力の比。・アスペクト比 翼幅の2乗と翼面積の比。
- ・キャンバー

実験1

仮説

L 揚力 C_L 揚力係数 ρ 流体の密度 S 翼面積 π 円周率
D 抗力 C_D 抗力係数 V 流体の速度 b 翼幅 e 翼幅効率係数

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L \times \frac{1}{2} \rho V^2 \times S}{\frac{1}{2} \rho V^2 \times \pi \times b^2 \times e + C_D \times \frac{1}{2} \rho V^2 \times S}$$

誘導抗力 (黄色)
有害抗力 (緑)

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{C_{D0}}{C_L} + \frac{C_L}{\pi e A}} \leq \frac{\sqrt{\pi e A}}{2\sqrt{C_{D0}}}$$

→ 揚抗比を大きくするためには
アスペクト比を大きくすればよい。

実験方法

〈材料〉

- ・模型飛行機 スチレンペーパー・プラスチック・鉛・ピアノ線
- ・カタパルト 木材・アルミ板・ゴム・ピアノ線

〈手順〉

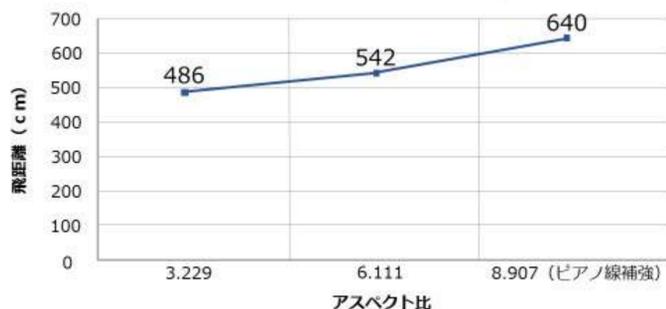
- 市販のキットのアスペクト比を基準とし、0.5倍、1.0倍、1.5倍の翼を用意。(アスペクト比1.5倍の翼はピアノ線で補強したものも用意。)
- パイプ椅子(高さ38cm)にカタパルトを置き、そこから機体を発射。
- それぞれのアスペクト比の機体を5回ずつ飛ばした。(ピアノ線補強をしていないアスペクト比1.5倍の翼は3回。)

結果

アスペクト比	揚力係数	抗力係数	飛行距離 (cm)
3.229	0.0590	0.0046	486
6.111	0.0607	0.0043	542
8.907	飛行が不安定なため、参考にならない。		440
8.907 (ピアノ線補強)	0.2501	0.0149	640

考察

アスペクト比と飛距離の関係



- ・アスペクト比1.5倍(ピアノ線補強なし)の機体の飛距離が伸びなかった原因は翼がたわんだことである。
- ・アスペクト比を大きくすれば飛距離は長くなる。

謝辞

大阪工業大学 工学部 機械工学科 小池 勝 教授

実験2

目的

たわまない範囲の翼幅の最大値を知る。

仮説

P_K 座屈荷重 δ_{MAX} 最大圧縮応力 S_S 翼の断面積

揚力によって翼が圧縮され、そこで**弾性座屈**が起こっている。
弾性座屈しない条件は

$$\delta_{MAX} \leq \frac{P_K}{S_S}$$

つまり**最大圧縮応力が座屈応力を超えないこと。**

実験方法

〈手順〉

- スタンドを2つ用意し、地面と水平に翼の根元を固定する。
- 翼の先端に取り付けた糸にばねばかりをひっかけて鉛直に吊り上げる。
- 座屈する瞬間の力の大きさを測定する。

結果

	断面の形 (m)			理論値 (N・m)	実験値 (N・m)
1	t=0.018	h=0.005	Cr=0.078	0.00586	0.022
2	0.017	0.008	0.076	0.03060	0.031
3	0.016	0.010	0.076	0.06660	0.051
4	0.029	0.008	0.078	0.02240	0.018
5	0.028	0.011	0.077	0.06710	0.044
6	0.025	0.016	0.072	0.23300	0.078
7	0.040	0.010	0.079	0.04990	0.037
8	0.040	0.006	0.080	0.00815	0.013
9	0.038	0.018	0.074	0.33300	0.062

考察

- キャンバーを大きくすると翼は座屈しにくくなる。
- キャンバーを大きくすると有害抗力が大きくなる。
- 理論値と実験値が近く、理論の整合性が確認できる。
- キャンバーが大きいと実験値が理論値より小さくなる。

まとめ

$$\text{最大アスペクト比 } A_{max} = \left\{ \frac{\pi^2 EI^2}{2SL(h-y_0+dsin\theta_2)} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

最大揚抗比とその時のアスペクト比

種類	アスペクト比	最大揚抗比
スチレンペーパー翼	5.92	7.809
スチレンペーパー翼 (ピアノ線強化)	9.24	9.754
銅翼 (ヤング率70倍)	約25	約14

今後の課題

- ・尾翼から発生する揚力も加味する。
- ・キャンバー以外の有害抗力係数を考慮する。

参考文献

- ・カラー図解でわかる 航空力学「超」入門 中村 寛治 著
- ・許容応力度設計の基礎
- ・建築学生が学ぶ「構造力学」
- ・機械設計エンジニアの基礎知識
- ・CAE技術者のための情報サイト